

## Was gibt es in Vorlesung 3 zu lernen?

- Dynamik des Massepunktes
- **Die Drei Newtonschen Axiome**
  - **1. Trägheitsprinzip**
  - **2. Grundgleichung der Mechanik ( $F = ma$ )**
  - **3. Action = Reactio**
- Träge Masse ist gleich der schweren Masse
- Trägheitskraft
  - Körper im freien Fall ist schwerelos

# Was gibt es in Vorlesung 3 zu lernen?

- Arten von Kräften
  - Schwerkraft
  - Federkraft
  - Reibungskraft (ist irgendwie anders)
  - elektrische Kraft
- physikalische Arbeit
  - Hubarbeit
  - Spannarbeit
  - Beschleunigungsarbeit

# Was gibt es in Vorlesung 3 zu lernen?

- Energie
- Leistung
- Impuls
  - Produkt aus Masse und Geschwindigkeit
- Erhaltungssätze
  - Energieerhaltung
  - Impulserhaltung

# Dynamik des Massepunktes

!! Kräfte als Ursache für Bewegungsänderung !!

Beschreibung in den drei Newtonschen Axiomen (um 1687)!

## 1. Axiom: Trägheitsprinzip

Jeder Körper behält seinen Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen gradlinigen Bewegung bei, solange keine äußeren Kräfte auf ihn wirken:

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = 0 \quad \text{für} \quad \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$

Versuch: Gedeckter Tisch

# Dynamik des Massepunktes

## 2. Axiom: Grundgleichung der Mechanik

Die Beschleunigung eines Körpers ist indirekt proportional zu seiner Masse und direkt proportional zur äußeren Kraft:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{oder} \quad \vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$$

- Axiom 1 ist ein Sonderfall von 2 ( $\mathbf{F} = 0$ )
- Axiom 2 definiert einen linearen Zusammenhang zwischen Ursache  $\mathbf{F}$  und Wirkung  $\mathbf{a}$
- Proportionalitätsfaktor  $m$  wird als träge Masse  $m_t$  bezeichnet
- Einheit der Kraft ist das Newton [ $\text{kgms}^{-2} = \text{N}$ ]

# Dynamik des Massepunktes

3. Axiom: actio = reactio

Kräfte treten immer paarweise auf:

Übt Körper A auf B die Kraft  $\vec{F}_{AB}$ , so wirkt B auf A

mit der Kraft  $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

Versuch: Kraft erzeugt Gegenkraft (zwei Leute auf Wagen)

# Träge und schwere Masse

- Träge Masse  $m_t$  ist definiert durch das 2. Newtonsche Axiom:  
$$m_t = F/a \quad (\text{Trägheit gegenüber Geschwindigkeitsänderungen})$$

- Schwere Masse ist definiert durch die Gravitationskraft  $F_G$  zwischen zwei Massen. Auf der Erdoberfläche gilt:

$$m_s = F_G/g$$

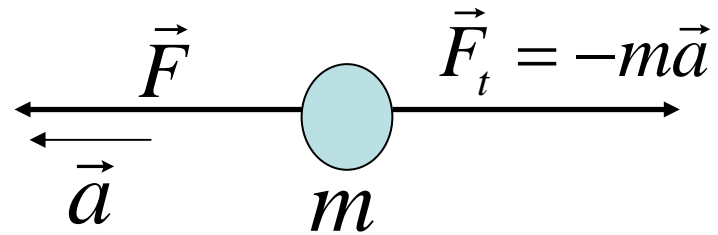
## 2. Newtonsches Axiom

$$m_t \vec{a} = \vec{F} = m_s \vec{g} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{m_s}{m_t} \vec{g}$$

Fallversuche zeigen: alle Körper fallen gleich schnell  $\Rightarrow m_t = m_s$

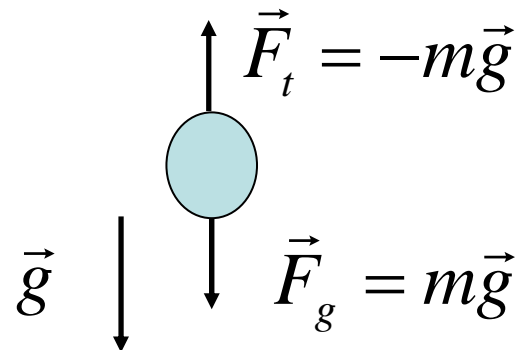
(Experimentell bis  $10^{-12}$  nachgewiesen)

# Arten von Kräften: Trägheitskraft



$$\vec{F}_t + \vec{F} = 0$$

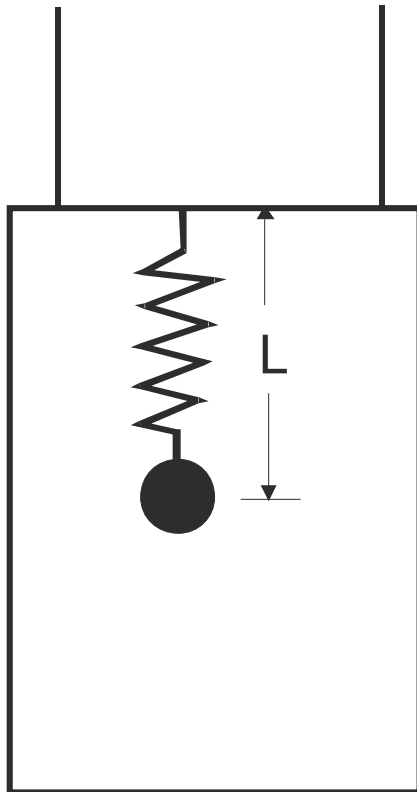
**Beispiel:** frei fallender Körper ist schwerelos  
(Parabelflug)





# Arten von Kräften: Trägheitskraft

**Beispiel:** Masse an Feder im Aufzug



**Frage:** Was passiert mit L beim

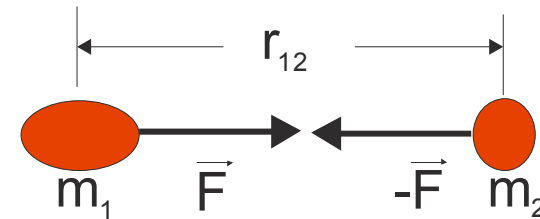
- a) Anfahren nach oben?
- b) Bremsen oben?
- c) im freien Fall
- d) Bremsen nach unten?

# Arten von Kräften: Schwerkraft/Gravitation

Massen ziehen sich gegenseitig an.

Beschreibung durch Newton'sches Gravitationsgesetz

$$\vec{F}_G = \gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{12}, \quad \gamma = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$



- Alle Körper werden von der Erde angezogen
- Kraft ist zum Erdmittelpunkt gerichtet
- Wert der Beschleunigung hängt von der Entfernung zum Erdmittelpunkt ab
- An der Erdoberfläche (Paris) ist  $g = 9,81 \text{ kgms}^{-2}$  (Gewichtskraft)
- $F_g$  für  $m = 1 \text{ kg}$  ist  $9,81 \text{ N}$  (Tafel Schokolade  $\sim 1 \text{ N}$ )
- Als Merkwert reicht oft  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  auf der Erdoberfläche

# Arten von Kräften: Federkraft

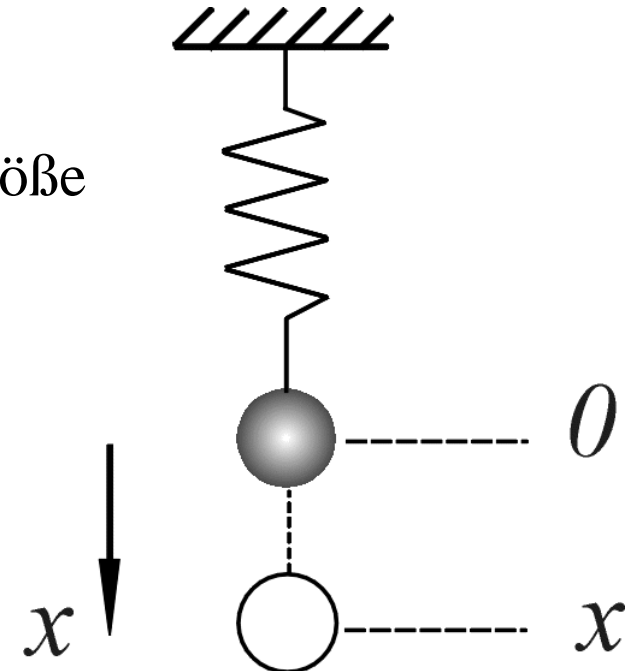
- Für einen bestimmten Auslenkungsbereich (elastischer Bereich) ist die Auslenkung reversibel
- Im elastischen Bereich ist die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung

Hooksches Gesetz

$$\vec{F} = -D\vec{x} \quad , \quad D = \text{Federkonstante, Richtgröße}$$

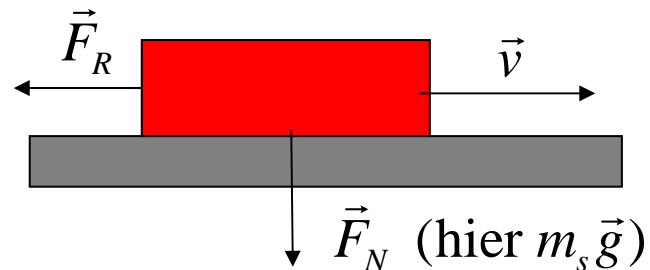
$$[D] = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

Anwendung: Kraftmesser, Waagen



# Arten von Kräften: Reibungskraft (fest-fest)

- Reibung ist praktisch überall
- Reibungskraft hemmt die Bewegung
  - a) Kraft der Geschwindigkeit entgegengesetzt
  - b) keine beschleunigende Wirkung
  - c) Reibung erzeugt Wärme (dissipativer Prozess)

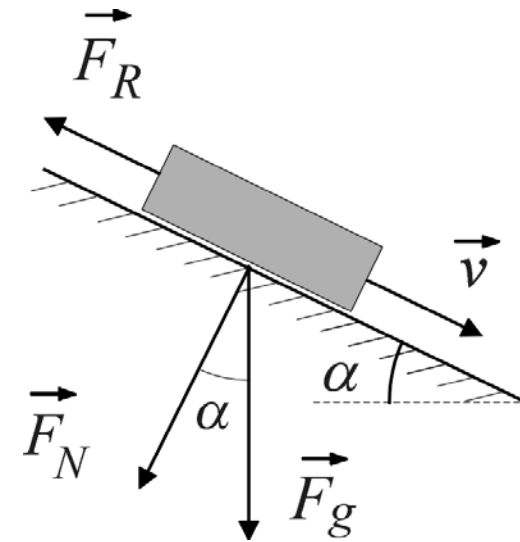


$$|\vec{F}_R| = \mu |\vec{F}_N|, \quad \mu = \text{Reibungskoeffizient}$$

- Zwei Reibungsarten: Haftreibung ( $\mu_0$ ) und Gleitreibung ( $\mu$ )
- $\mu_0 > \mu$  gilt immer

# Arten von Kräften: Reibungskraft (fest-fest)

- *Experiment: Reibung auf schiefer Ebene*



# Arten von Kräften: Reibungskraft (fest-fest)

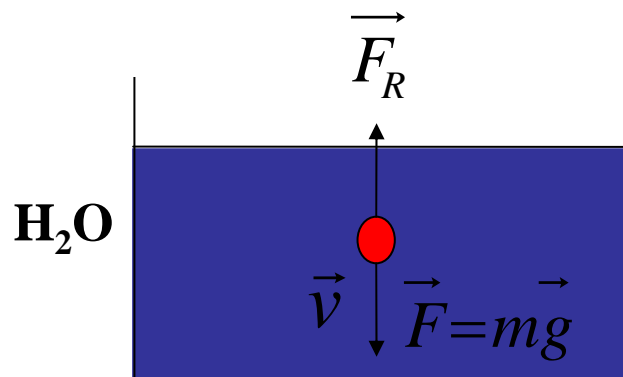
Beispiele für Reibungskoeffizienten

	$\mu_0$	$\mu$
Stahl- Stahl	0.19	0.18
Holz-Holz	0.3	0.2
Gummi- Asphalt	0.7	0.5

$\mu_0$  kann sehr groß ( $\infty$ ) werden (Klettverschluss, Klebung)

# Arten von Kräften: Reibungskraft (Strömungsreibung, laminare Strömung)

Experiment: Kugel in Flüssigkeit



Fallende Kugel mit Radius  $R$  in Flüssigkeit  
(laminare Strömung, Gesetz von Stokes)

$$\vec{F}_R = -6\pi\eta R\vec{v} \sim \vec{v} \quad , \quad \eta = \text{Viskosität}$$

$$[\eta] = \frac{Ns}{m^2} = Pas$$

- Bei einer laminaren Strömung strömt das Medium relativ langsam
- Keine Verwirbelungen und Querströmungen

# Arten von Kräften: Reibungskraft (Strömungsreibung, laminare Strömung)

Einige Beispielwerte Viskositäten

	$\eta$ (mPa s)
Wasser 5 °C	1.52
Wasser 25 °C	0.891
Öl	20...10 <sup>6</sup>
Honig	10 <sup>4</sup>

Die Viskosität nimmt in der Regel exponentiell mit der Temperatur ab !  
Wichtig bei Motoröl, kochendem Wasser, Honig etc.

- Gase weisen für laminare Strömung Viskositäten im Bereich von  $\mu$ Pas auf (Strömungsgeschwindigkeit weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit)
- Strömung für Gase allerdings oft turbulent



# Arten von Kräften: Reibungskraft (Strömungsreibung, turbulente Strömung)

- Medium strömt relativ schnell
- Strömung mit Wirbeln und Querströmungen
- Reibungskraft ist proportional zum  $v^2$

$$F_R = \frac{1}{2} c_W A \rho v^2$$

- Luftwiderstand steigt mit der Geschwindigkeit stark an (langsamer Fahren spart Sprit!!)

# Adhäsion: Anhaftkraft

- Verschiedene Stoffe können an der Grenzfläche aneinanderhaften
- Beispiel 1: Wasser auf einer Glasplatte
- Beispiel 2: Farbe auf der Wand
- Beispiel 3: zwei Blätter Papier

Die Ursache sind „schwache“ Bindungen zwischen den Atomen/Molekülen der beiden Stoffe an der Grenzfläche.

Adhäsion zwischen Feststoffen geht besonders gut bei glatten Oberflächen.

*Experiment: ineinandergefaltete Zeitungen*

# Arten von Kräften: Kraft auf elektrische Ladung

Kraft auf Ladung  $q$  im elektrischen Feld  $E$

$$\vec{F}_{el} = q\vec{E}$$

Kraft auf bewegte Ladung im magnetischen Feld  $B$

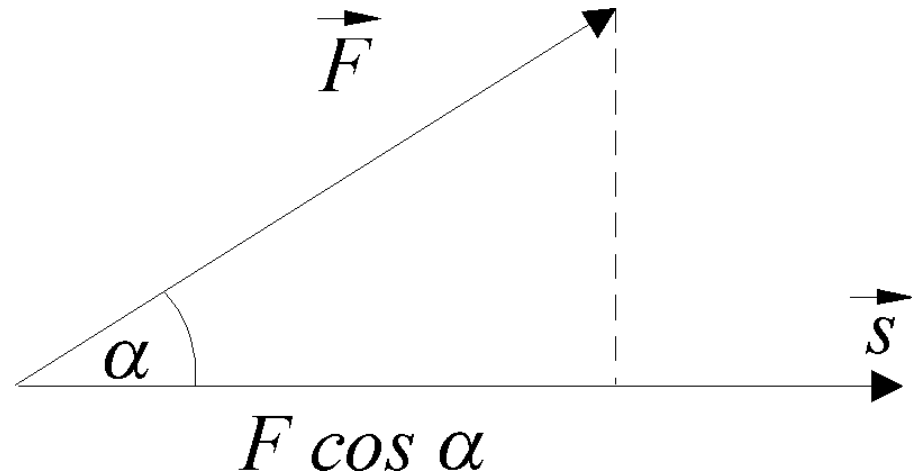
(Lorentzkraft)

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

# Arbeit

Die (mechanische) **Arbeit** ist definiert als Skalarprodukt aus der Kraft und dem Weg, längs dem die Kraft wirkt.

- Nur Kraft entlang des Weges zählt!
- Kraft senkrecht zum Weg leistet keine Arbeit!



# Arbeit

Verallgemeinerung auf krummlinige Wege und variable Kraft erforderlich

Einen komplizierten Weg zerlegt man  
in viele kleine Stücke  $\Delta\vec{s}_i$   
mit zugehöriger Kraft  $\vec{F}_i$

$$W = \sum_i \Delta\vec{s}_i \vec{F}_i$$

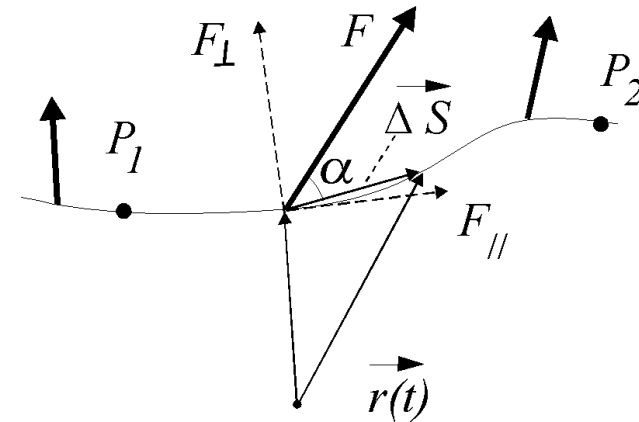
Im Grenzfall geht man zu infinitesimal kleinen  $\Delta\vec{s}_i$  über

$$W = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s} \quad (\text{Linienintegral von 1 nach 2 entlang des Weges } s)$$

Mechanische Arbeit ist immer mit Bewegung verknüpft!

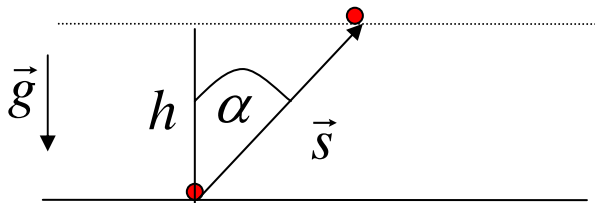
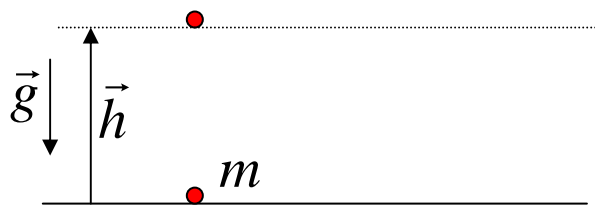
Definition:  $W > 0 \Leftrightarrow$  Arbeit wird am System geleistet (aufgewendet)

$W < 0 \Leftrightarrow$  Arbeit wird gewonnen



# Beispiele für Arbeit: Hubarbeit im Schwerfeld

Einen Körper im Schwerfeld der Erde hochzuheben, erfordert Arbeit!

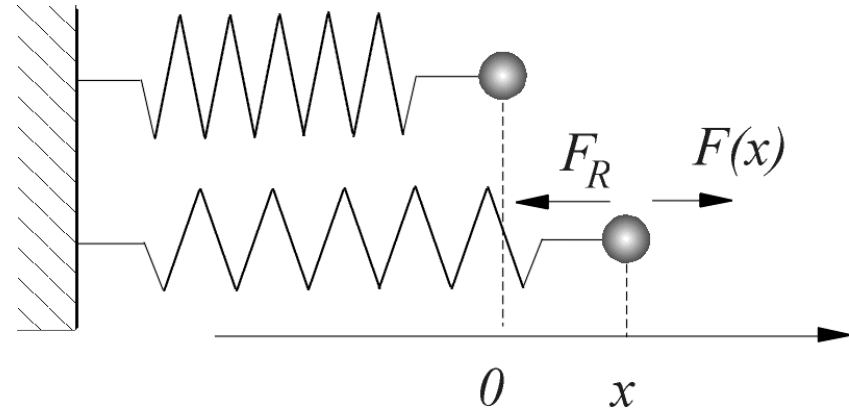


# Beispiele für Arbeit: Hubarbeit im Schwerfeld

- „Hubarbeit ist unabhängig vom Weg“ gilt für beliebige Wege
- Nur Höhe zählt!
- $mgh$  gilt nur für konstantes  $g$  (also nahe am Erdboden)
- Verschiebung parallel zur Oberfläche  $\Rightarrow W = 0$   
(Äquipotenzialfläche)

# Beispiele für Arbeit: Spannarbeit

- Spannen einer Feder erfordert Arbeit!
- Kraft ist veränderlich!





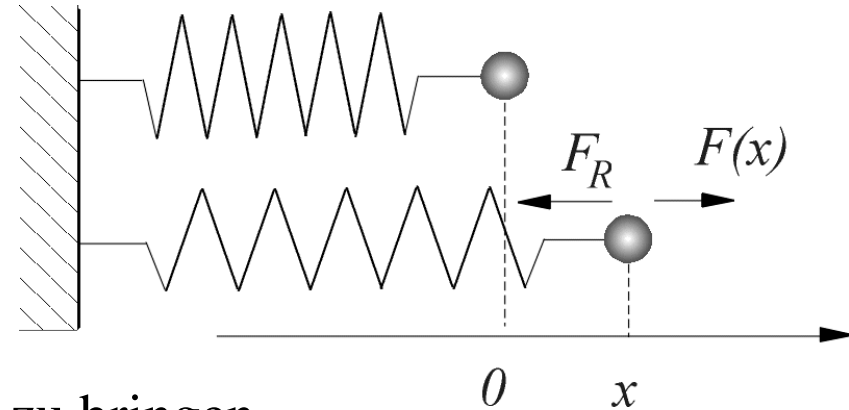
# Beispiele für Arbeit: Spannarbeit

- Spannen einer Feder erfordert Arbeit!

- Kraft ist veränderlich!

$\vec{F}_R = -D\vec{x} \Rightarrow \vec{F}(x)$  geht in  
entgegengesetzte Richtung

$$\vec{F}(x) = D\vec{x}$$



Spannarbeit, um Feder von 1 nach 2 zu bringen

$$W_{12} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}(x) d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} Dxdx = D \int_{x_1}^{x_2} xdx = \frac{1}{2} D(x_2^2 - x_1^2)$$

(gespeicherte Energie für  $x_2 = x$  und  $x_1 = 0$ )

$$W_{Spann} = \frac{1}{2} Dx^2$$

Spannarbeit wird in potenzielle Energie umgewandelt.

# Beispiele für Arbeit: Beschleunigungsarbeit

- Einen Körper zu beschleunigen erfordert Arbeit

Arbeit gegen die Trägheitskraft

bei  $t = 0$  sei  $\vec{v} = 0$ ,  $\vec{v}(t_{end}) = \vec{v}$ ,  $\vec{F} = const.$

Es gilt:  $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \Rightarrow d\vec{s} = \vec{v}dt$ ,  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$W_{kin} = \int \vec{F}d\vec{s} = \int_0^{t_{end}} m\vec{a}\vec{v}dt = \int_0^v m \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v}dt = m \int_0^v \vec{v}d\vec{v} = \boxed{\frac{1}{2}mv^2}$$

- Beschleunigungsarbeit wird in **kinetische Energie** umgewandelt
- kinetische Energie geht quadratisch mit der Geschwindigkeit!
- gilt nur für konstantes  $m$  (nicht-relativistisch)

# Energie

Definition: Energie  $E$  ist die Fähigkeit Arbeit zu leisten. Ein Vorrat an Arbeitsvermögen.

- Potenzielle Energie  $E_{\text{pot}}$  = Vorrat an Hub-, Spannarbeit
- Kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  = Vorrat an Beschleunigungsarbeit

$$[E] = [W] = J = Ws$$

$$(1 \text{ cal} = 4,19 \text{ J})$$

Beim Essen zählen Kilokalorien (kcal)!!

# Leistung

Definition: Leistung  $P$  ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit.

# Leistung

Definition: Leistung  $P$  ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit.

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (\text{mittlere Leistung } \bar{P} = \frac{W}{t})$$

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = Js^{-1} = W \quad (\text{Watt})$$

## Beispiele:

mittlere Dauerleistung Mensch :	70 Watt
mittlere Dauerleistung Pferd:	700 Watt (1Ps)
Großkraftwerk:	$10^9$ Watt

# Impuls

Definition: Impuls  $\mathbf{p}$  ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[p] = [m][v] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mit  $\mathbf{p}$  lässt sich eine allgemein gültige Bewegungsgleichung aufstellen (auch relativistisch gültig).

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}}$$

# Erhaltungssätze

In einem abgeschlossenen mechanischen System, d.h. in einem System ohne eine Kopplung nach außen, gibt es 2 grundlegende Erhaltungssätze, den **Energieerhaltungssatz** und den **Impulserhaltungssatz**.

Energieerhaltungssatz:

$$E_{gesamt} = E_{pot} + E_{kin} = const.$$

Impulserhaltungssatz:

$$\vec{p}_{gesamt} = \sum_i \vec{p}_i = const.$$

Nicht alle kinematischen Größen sind erhalten!

Experiment Brachistochron-Bahnen

# Energieerhaltungssatz

- Erhaltungssätze können zur Lösung kinematischer Probleme verwendet werden
- Energiesatz nur eingeschränkt nutzbar

Beispiel: freier Fall aus Höhe  $h$ , Geschwindigkeit beim Aufprall?



# Energieerhaltungssatz

Lösung über Bewegungsgleichung auch möglich

freier Fall aus Höhe  $h$ , Geschwindigkeit beim Aufprall?

gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit  $\vec{a} = \vec{g}$

$$\Rightarrow v = gt \Rightarrow t = \frac{v}{g}, s = \frac{1}{2}gt^2 \quad (\text{Anfangsbedingungen } s(0) = 0, v(0) = 0)$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2}g \frac{v^2}{g^2} \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} \Leftrightarrow v = \sqrt{2gs}$$

am Boden ist  $s = h$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

# Energieerhaltungssatz: Warnung

## Experiment: inelastischer Stoß

$$E_{kin,vorher} > E_{kin,nachher}$$

$$E_{pot,vorher} = E_{pot,nachher}$$

- Energieerhaltungssatz scheint verletzt!
- Lösung: System ist nicht abgeschlossen
- Knete ist deformiert (Wärme)

**Verallgemeinerter Energiesatz:** In einem mechanisch nicht abgeschlossenen System kann mechanische Energie in andere Energieformen (Wärme, chemische Energie,...) umgewandelt werden. Die Summe aller Energien bleibt konstant.

$$E_{gesamt} = E_{kin} + E_{pot} + E_{Def} + \dots = \text{const.}$$

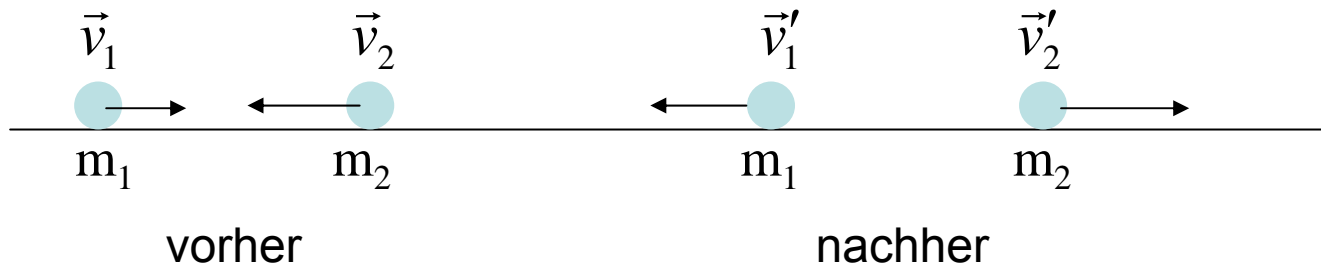
# Energieerhaltungssatz: Warnung

Experiment: inelastischer Stoß

# Impulserhaltungssatz

Impulserhaltungssatz ist besser überschaubar! Impuls verschwindet nicht!

Experiment: zentraler elastischer Stoß



Energiesatz:

$$\frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = \frac{m_1}{2} v_1'^2 + \frac{m_2}{2} v_2'^2 \quad (1)$$

Impulssatz:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (2)$$

## zentraler, elastischer Stoß

Umformung:

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \quad (1)$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \quad (2)$$

dividiere (1) durch (2)

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

$$(v_1 - v_2) = -(v_1' - v_2') \quad \text{d. h.}$$

$$v_{rel} = -v'_{rel}$$

Die Relativgeschwindigkeit kehrt nur das Vorzeichen um  
(unabhängig von den Massen)!

## zentraler, elastischer Stoß

man dividiert (2) durch  $m_2$  und setzt  $v_2' = v_1 - v_2 + v_1'$  aus (3) ein

$$\frac{m_1}{m_2}(v_1 - v_1') = (v_2' - v_2) = v_1 - v_2 + v_1' - v_2$$

$$-v_1' \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = -2v_2 + v_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

genauso leitet man ab

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

## zentraler, elastischer Stoß

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Beispiele:

$$m_1 = m_2 \text{ und } v_2 = 0 \Rightarrow v_1' = 0 \text{ und } v_2' = v_1$$

d. h. Kugeln tauschen Energie aus

$$m_1 = \frac{1}{2} m_2 \text{ und } v_2 = 0 \Rightarrow v_1' = -\frac{1}{3} v_1 \text{ und } v_2' = \frac{2}{3} v_1$$

d. h. Kugel 1 wird mit 1/3 der Geschwindigkeit reflektiert

Beispielexperimente mit der Ealing-Bahn, Kugelspiel, Astroblaster

# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **1. Newtonsches Axiom: Trägheitsprinzip**
  - Jeder Körper will seinen Bewegungszustand beibehalten. Zur Änderung äußere Kraft erforderlich.
- **2. Newtonsches Axiom: Grundgleichung der Mechanik**
  - $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
  - $m$  = träge Masse = schwere Masse
- **3. Newtonsches Axiom: Action = Reactio**
  - jede Kraft bewirkt eine gleich große Gegenkraft (Versuch Rollbretter, egal ob zwei Traktoren oder ein Traktor und eine Wand)



# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Trägheitskraft**
  - wirkt der äußeren Kraft genau entgegengesetzt
  - im freien Fall ist man schwerelos
- **Schwerkraft**
  - alle Körper ziehen sich gegenseitig an
  - Kraft hängt vom Abstand ab
  - in der Nähe der Erdoberfläche ist die Erdanziehung konstant => die Erdbeschleunigung  **$g = 9,81 \text{ m/s}^2$**   
~  **$10 \text{ m/s}^2$**  ist konstant
- **Federkraft**
  - im elastischen Bereich gilt das Hooksche Gesetz
  - **$F = -Ds$**  (Rückstellkraft proportional zur Auslenkung)

# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Reibungskraft**

- Reibung hemmt die Bewegung
- fest-fest: Haftreibung ( $F_R = \mu_0 F_N$ ) > Gleitreibung ( $F_R = \mu F_N$ )
- fest-flüssig/gasförmig (laminar):  $F_R \sim v$
- fest-flüssig/gasförmig (turbulent):  $F_R \sim v^2$

- **elektrische Kraft**

- $\mathbf{F}_{el} = q\mathbf{E}$
- $\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

- **physikalische Arbeit**

Produkt aus Kraft entlang des Weges und Weg

$$W = \int_s \vec{F} d\vec{s}$$

- $[W] = 1 \text{ J} = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ Nm} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$

# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Hubarbeit**
  - Arbeit im (konstanten) Schwerfeld der Erde
  - $W_{\text{Hub}} = mgh$
  - Hubarbeit wird in potenzielle Energie umgewandelt
- **Spannarbeit an einer Feder**
  - Spannen aus der Nulllage im elastischen Bereich
  - $W_{\text{Spann}} = 1/2Ds^2$
  - Spannarbeit wird in potenzielle Energie umgewandelt
- **Beschleunigungsarbeit**
  - beim Beschleunigen der Masse  $m$  auf  $v$  wird Beschleunigungsarbeit geleistet
  - $W_{\text{Beschleunigung}} = 1/2mv^2 = E_{\text{kin}}$
  - Beschleunigungsarbeit wird in kinetische Energie umgewandelt

# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Energie**

- Energie ist die Fähigkeit Arbeit zu leisten
- potenzielle und kinetische Energie (siehe unter Arbeit für Formeln)

- **Leistung**

- Leistung  $P$  ist Arbeit pro Zeit,  $P = dW/dt$
- $[P] = J/s = W = \text{Watt}$
- Tipp:  $P = \mathbf{Fv}$

- **Impuls**

- $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$
- allgemeingültige Bewegungsgleichung:  $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$

# Was sollten Sie aus Vorlesung 3 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Energieerhaltung**
  - in einem abgeschlossenen System geht keine Energie verloren (Gesamtenergie konstant)
  - Energieformen werden ineinander umgewandelt
  - ohne Umwandlung in Wärme gilt mechanische Energieerhaltung ( $E_{\text{pot}}$  in  $E_{\text{kin}}$  und umgekehrt)
  - Vorsicht bei der Anwendung
- **Impulserhaltung**
  - in einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls konstant
- **Stöße**
  - für einen inelastischen Stoß gilt nur Impulserhaltung
  - für einen elastischen Stoß gilt Energie und Impulserhaltung