Was gibt es in Vorlesung 6 zu lernen?

- **Beispiele für Schwingfähige Systeme**
  - Federpendel
  - Schwerependel
  - Torsionspendel
- **Energiebilanz Schwingungen**
- **gedämpfte Schwingungen**
  - in der Realität sind praktisch alle Schwingungen gedämpft (Reibung)
  - für schwache Dämpfung nimmt die Frequenz ab und die Amplitude wird mit der Zeit kleiner

Was gibt es in Vorlesung 6 zu lernen?

- **erzwungene Schwingungen**
  - schwingfähiges System wird von außen periodisch angeregt
  - Antwort hängt stark von Dämpfung und Anregungsfrequenz ab
  - im Resonanzfall (Anregung mit der Eigenfrequenz) können sehr große Amplituden erreicht werden

Federpendel

$$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0} \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

- Je größer D (härter die Feder), desto höher die Frequenz
- Je größer die Masse, desto langsamer die Schwingung

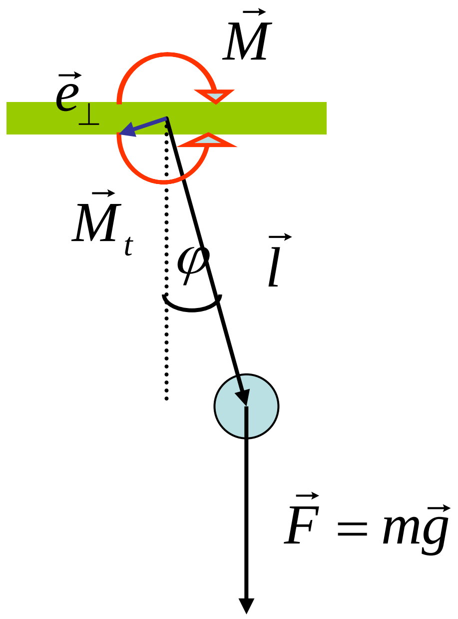
Typische Anfangsbedingungen:

Auslenken und ohne Schwung loslassen

$$\Rightarrow \vec{s}(t=0) = \vec{s}_0 \quad \text{und} \quad \dot{\vec{s}}(t=0) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{s}(t) = \vec{s}_0 \cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}}\, t\right)$$

Schwerependel



Das Schwerependel ist ein Rotationsproblem und wird durch Winkel, Trägheitsmomente und Drehmomente beschrieben.

Die Erdbeschleunigung g bewirkt ein Drehmoment M, das durch das Trägheitsdrehmoment M_t kompensiert wird:

Drehmoment durch Gewichtskraft: $\vec{M} = \vec{l} \times m\vec{g} = -lmg\sin(\varphi)\vec{e}_\perp$

Trägheitsdrehmoment: $\vec{M}_t = -\Theta\ddot{\vec{\varphi}} = -ml^2\ddot{\varphi}\vec{e}_\perp$

Newton: $M_t + M = 0$ => $-ml^2\ddot{\varphi}\vec{e}_\perp - lmg\sin(\varphi)\vec{e}_\perp = 0$

=> $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin(\varphi) = 0$

Fast Schwingungsgleichung!

Schwerependel

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin(\varphi) = 0$$

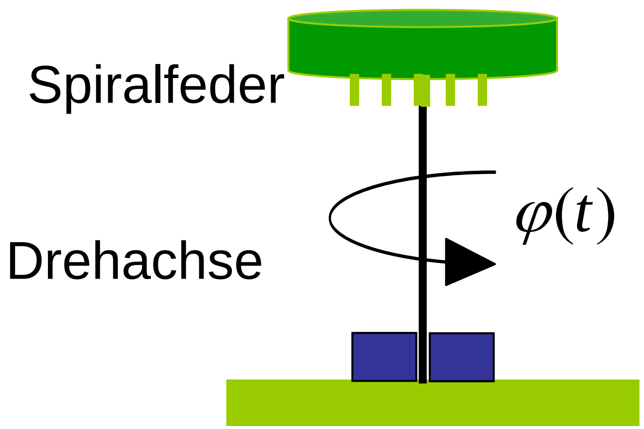
für kleine Winkel gilt: $\sin(\varphi) \approx \varphi$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0} \iff \ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0 \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

- Schwingungsdauer unabhängig von der Masse
- Frequenz steigt mit Schwerebeschleunigung (Pendel schwingt auf dem Mond langsamer)
- Je kürzer der Faden, desto schneller die Schwingung

Experimente: Masseunabhängig, l-Abhängigkeit,
Schwingungsdauer, Gewehrkugel auf Pendel

Torsionspendel

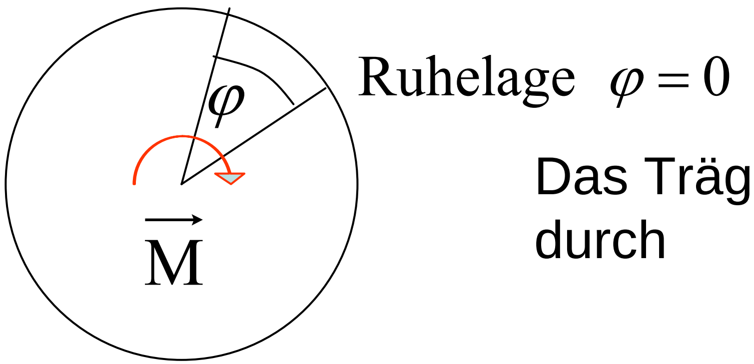


Teller mit Trägheitsmoment θ

Die Spiralfeder bewirkt bei der Auslenkung ein Drehmoment **<u>(Torsionsmoment):</u>**

$$\vec{M} = -D^{*}\vec{\varphi}$$

(Torsionskonstante D*;
[D*]=Nm/rad)



Das Trägheitsdrehmoment ist gegeben durch

$$\vec{M}_t = -\Theta\ddot{\vec{\varphi}}$$

Torsionspendel

Nach Newton gilt wieder: $\vec{M}_t + \vec{M} = 0$

$$=> \Theta \ddot{\vec{\varphi}} + D^* \varphi = 0 \quad => \quad \boxed{\ddot{\vec{\varphi}} + \frac{D^*}{\Theta} \varphi = 0}$$

$$\ddot{\vec{\varphi}} + \omega^2 \varphi = 0 \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{D^*}{\Theta}}$$

Sehr ähnlich dem Federpendel!

Experiment mit verändertem θ

Torsionspendel

$$\ddot{\vec{\varphi}} + \omega^2 \varphi = 0 \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{D^*}{\Theta}}$$

Das Torsionspendel kann man verwenden, um unbekannte Trägheitsmomente θ_M zu bestimmen. Dazu misst man bei leerem Teller D* und ω und bestimmt θ_{leer}, dann setzt man die Masse mit dem Trägheitsmoment θ_M auf den Teller und misst ω‘.
Aus den Beziehungen :

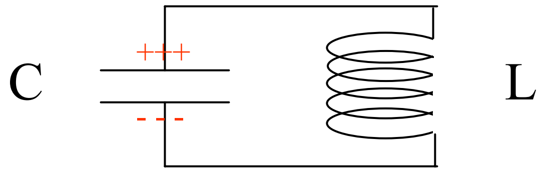
$$\Theta_{\text{gesamt}} = \Theta_{\text{leer}} + \Theta_{\text{M}} \quad \text{und} \quad \omega' = \sqrt{D^* / \Theta_{\text{gesamt}}}$$

erhält man dann θ_M.

Experiment zur θ_M-Bestimmung

Elektrischer Schwingkreis

Der einfachste elektrische (Parallel-) Schwingkreis aus Kapazität C und Induktivität L führt auf denselben Typ von Differentialgleichung:



Nach der Maschenregel gilt: $U_L + U_C = 0$, also kann man schreiben:

$$L\dot{I} + \frac{Q}{C} = 0 \quad \text{mit } I = \dot{Q} \quad \text{ergibt sich}$$

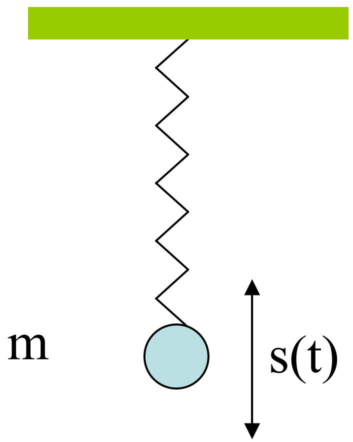
$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0 \quad \text{sogenannte Thomson´sche Schwingungsgleichung}$$

$$\boxed{Q(t) = Q_0 \sin(\omega t) \text{ und } \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}}$$

Ladung auf dem Kondensator variiert harmonisch mit der Zeit!

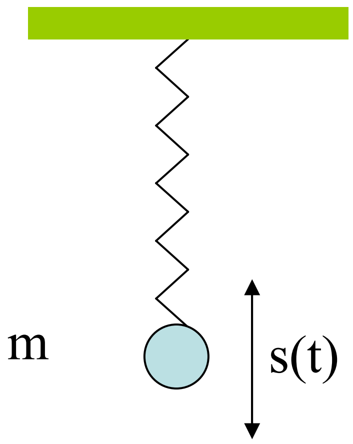
Energiebilanz Schwingung

Als Beispiel nehmen wir wieder das einfache Federpendel (Auslenkung $\mathbf{s}_0$ und $\mathbf{v}$=0 bei t=0):



Energiebilanz Schwingung

Als Beispiel nehmen wir wieder das einfache Federpendel (Auslenkung $\mathbf{s}_0$ und $\mathbf{v}$=0 bei t=0):



Dehnung: $\vec{s}(t) = \vec{s}_0 \cos(\omega t)$

Geschwindigkeit: $\dot{\vec{s}}(t) = -\vec{s}_0 \omega \sin(\omega t)$

Daraus folgt für die kinetische und potenzielle Energie:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} D(\vec{s}(t))^2 = \frac{1}{2} D s_0^2 \cos^2(\omega t)$$

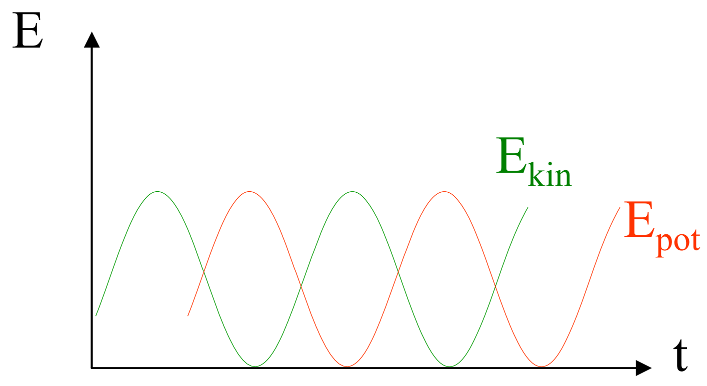
$$E_{kin} = \frac{1}{2} m(\dot{\vec{s}}(t))^2 = \frac{1}{2} m s_0^2 \underbrace{\omega^2}_{\frac{D}{m}} \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} D s_0^2 \sin^2(\omega t)$$

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} D s_0^2 (\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)) = \frac{1}{2} D s_0^2 = const$$

Energiebilanz Schwingung

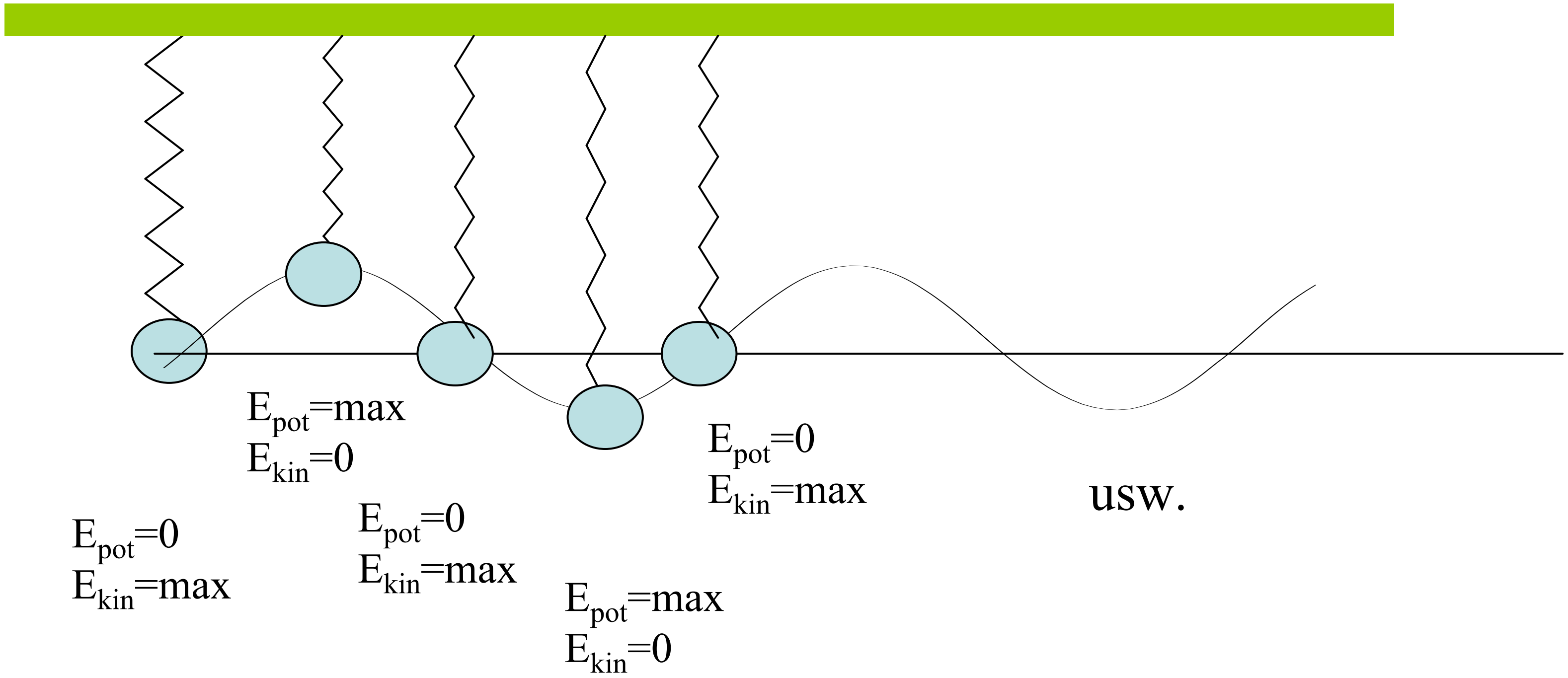
$$E_{pot} = \frac{1}{2} D s_0^2 \cos^2(\omega t) \quad , \quad E_{kin} = \frac{1}{2} D s_0^2 \sin^2(\omega t)$$

$$E_{ges} = \frac{1}{2} D s_0^2 = const$$



- Gesamtenergie konstant
- Beständige Umwandlung von kinetischer in potenzielle Energie und umgekehrt
- potenzielle und kinetische Energie sind 90° phasenverschoben
- kinetische und potenzielle Energie oszillieren mit 2f

Graphische Darstellung:

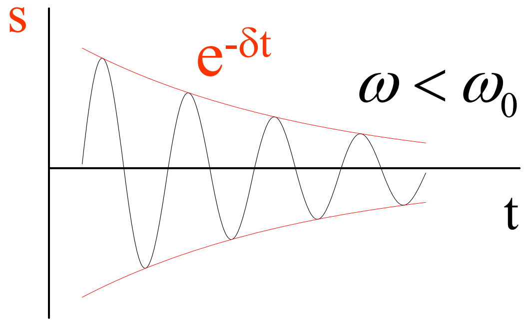


Empfehlung: www.walter-fendt.de/ph14d/
www.walter-fendt.de

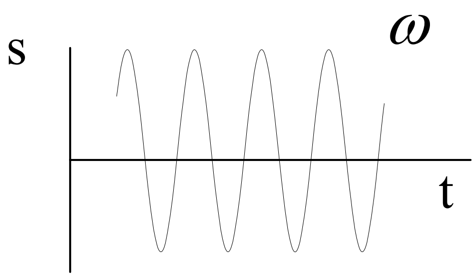
Gedämpfte Schwingung

Die ungedämpfte Schwingung ist eine Idealisierung, in der Praxis verlieren alle Schwingungen mit der Zeit an Amplitude (Reibung, Luftwiderstand).

Experiment gedämpfte Schwingung auf Folie



Die Reibung führt zu einer Abnahme der Amplitude und einer erst leichten, dann stärkeren Zunahme der Schwingungsdauer T.



Gedämpfte Schwingung

Um die Bewegungsgleichung aufzustellen, braucht man ein Modell für die Reibungskraft:

- Reibungskraft am Aufhängepunkt (Fadenpendel) => F_R = const. (klein)
- Luftreibung => $F_R \sim v$ (niedrige Geschwindigkeit) dominant

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Ansatz für die Reibungskraft}\\ \vec{F}_R = -R\dot{\vec{s}}\end{array}}$$

Dies ist der häufigste Fall für die Reibung. Ein entsprechender Ansatz führt auch im gedämpften elektrischen Schwingkreis zum Erfolg.

Bewegungsgleichung

Mit dieser zusätzlichen Kraft lautet die neue Bewegungsgleichung (Federpendel):

$$\boxed{\begin{gathered} m\ddot{s} + R\dot{s} + D\,s = 0 \\ \text{oder mit } D/m = \omega_0^2 \\ \ddot{s} + \frac{R}{m}\dot{s} + \omega_0^2\,s = 0 \end{gathered}}$$

Das ist die Standard-Differentialgleichung einer gedämpften Schwingung.

<u>Lösung:</u>

Nach dem experimentellen Ergebnis oben vermuten wir, dass man die Lösung schreiben kann mit dem **<u>Ansatz</u>**:

$$s(t) = e^{-\delta t} w(t) \quad \text{mit } w(t) = s_0 \sin(\omega t + \varphi)$$ δ: Dämpfungskonstante

Verifizierung:

Ableiten nach der Zeit ergibt:

$$\dot{s}(t) = -\delta e^{-\delta t} w(t) + e^{-\delta t} \dot{w}(t) \quad \text{und}$$

$$\ddot{s}(t) = \delta^2 e^{-\delta t} w(t) - \delta e^{-\delta t} \dot{w}(t) + e^{-\delta t} \ddot{w}(t) - \delta e^{-\delta t} \dot{w}(t)$$

$$= \delta^2 e^{-\delta t} w(t) - 2\delta e^{-\delta t} \dot{w}(t) + e^{-\delta t} \ddot{w}(t)$$

Einsetzen in die Bewegungsgleichung (multipliziert mit m) ergibt:

$$e^{-\delta t} (\delta^2 m w(t) - 2\delta m \dot{w}(t) + m \ddot{w}(t) - R\delta w(t) + R\dot{w}(t) + D w(t)) = 0$$

oder nach Division durch $e^{-\delta t}$ und Umsortieren:

$$m\ddot{w}(t) + (R - 2\delta m)\dot{w}(t) + (D + m\delta^2 - R\delta) w(t) = 0$$

Verifizierung:

Einsetzen von w(t)

$$-m\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) + (R - 2\delta m)\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$+(D + m\delta^2 - R\delta)\sin(\omega t + \varphi) = 0$$

sin und cos sind linear unabhängig

=> sin- und cos-Terme müssen separat zu 0 werden =>

Verifizierung:

Einsetzen von w(t)

$$-m\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) + (R - 2\delta m)\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$+(D + m\delta^2 - R\delta)\sin(\omega t + \varphi) = 0$$

sin und cos sind linear unabhängig

=> sin- und cos-Terme müssen separat zu 0 werden =>

$$R - 2\delta m = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\delta = \frac{\mathrm{R}}{2m}}$$

$$-m\omega^2 + D + m\delta^2 - R\delta = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{D + m\delta^2 - R}{m} = \frac{D + m\delta^2 - 2m\delta^2}{m}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{D}{m} - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \quad \text{da } \frac{D}{m} = \omega_0 \text{ (ungedämpftes System)}$$

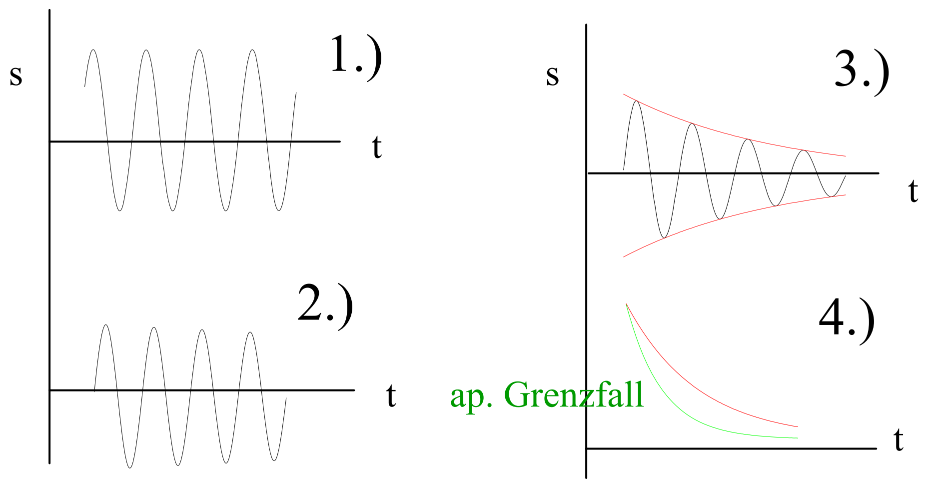
Diskussion der gedämpften Schwingung

1.) Grenzfall <u>ungedämpfter</u> Schwingung (δ = R/2m=0), dann gilt wieder $\omega = \omega_0$

2.) schwache Dämpfung, d.h. $\delta^2 << D/m$, dann ist die Frequenz nahezu unverändert bei ω_0 und $s(t) = s_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t)$;

3.) stärkere Dämpfung, d.h. $\delta^2 = (0.1....0.99)\omega_0^2$.
Die Frequenz ist deutlich verlangsamt, die Amplitude klingt schnell ab

4.) sehr starke Dämpfung mit $\delta^2 > \omega_0^2$; Die Frequenz wird imaginär, d.h. es gibt keine Schwingung mehr. Die Auslenkung “kriecht“ in die Ruhelage zurück. Der Fall $\delta^2 = \omega_0^2$ ist der aperiodische Grenzfall, hier kehrt die Auslenkung am schnellsten in die Ruhelage zurück.



Experiment: Pohlscher Resonator mit verschiedener Dämpfung

- schwache Dämpfung
- starke Dämpfung
- Kriechfall
- aperiodischer Grenzfall

Die Dämpfung des Torsionspendels wird mit einer **Wirbelstrombremse** realisiert, die Reibungskraft ist proportional zur <u>Geschwindigkeit</u> des Cu-Körpers und dem <u>Magnetfeld</u> des Elektromagneten.

Erzwungene Schwingung

Was passiert, wenn wir ein schwingfähiges System von außen anregen?

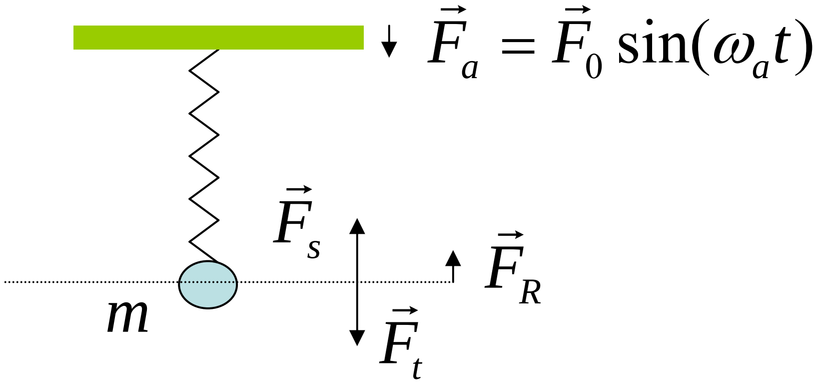
- Betrachten nur eine periodische äußere Kraft! (erzwungene harmonische Schwingung)
- Vereinfachend wollen wir annehmen, dass die äußere Kraft $\mathbf{F_a}$ mit sin(ω_at) variiert (Fourier-Reihe ist ja immer möglich)

$$\vec{F}_a = \vec{F}_0 \sin(\omega_a t)$$

Bei einem Federpendel kann man eine solche Kraft z.B. an der Aufhängung wirken lassen:

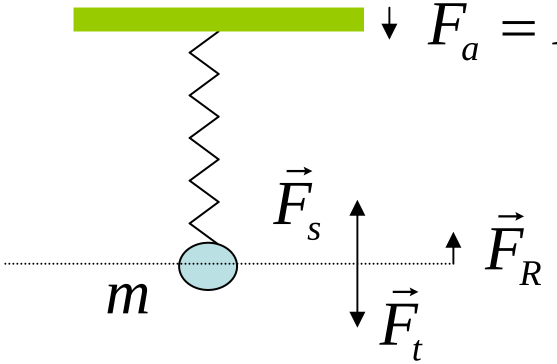
$\boxed{\text{Experiment: Handpendel}}$

Erzwungene Schwingung: Federpendel



Erzwungene Schwingung: Federpendel

$$\vec{F}_a = \vec{F}_0 \sin(\omega_a t)$$



Bewegungsgleichung aus Kräftegleichgewicht:

$$\vec{F}_s + \vec{F}_t + \vec{F}_R + \vec{F}_a = 0$$

$$-D\vec{s} - m\ddot{\vec{s}} - R\dot{\vec{s}} + F_0 \sin(\omega_a t) = 0$$

in skalarer Form:

$$\boxed{\ddot{s} + 2\delta\dot{s} + \omega_0^2 s = \frac{F_0}{m}\sin(\omega_a t)} \quad \text{mit} \quad 2\delta = \frac{R}{m} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{D}{m}$$

standardisierte DGL einer erzwungenen Schwingung

Erzwungene Schwingung: Pohlscher Resonator

Experiment: Pohlscher Resonator

Beim Pohlschen Resonator wird ein äußeres Drehmoment durch ein Verdrehen der Spiralfeder erreicht:

$$\vec{M}_a = \vec{M}_0 \sin(\omega_a t)$$

Damit ergibt sich folgende DGL in skalarer Form:

$$-D^* \varphi - \Theta \ddot{\varphi} - R\dot{\varphi} + \vec{M}_0 \sin(\omega_a t) = 0$$

Dies läßt sich als standardisierte DGL schreiben:

$$\boxed{\ddot{s} + 2\delta \dot{s} + \omega_0^2 s = \frac{M_0}{\Theta} \sin(\omega_a t)} \quad \text{mit} \quad s = \varphi \ , \quad 2\delta = \frac{R}{\Theta} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{D^*}{\Theta}$$

Erzwungene Schwingung: Lösung DGL

$$\boxed{\ddot{s} + 2\delta\dot{s} + \omega_0^2 s = \frac{F_0}{m}\sin(\omega_a t)}$$

Aus Beobachtungen wissen wir, dass eine Lösung der Form

$$s(t) = s_0 \sin(\omega_a t - \Phi)$$

existiert, denn die äußere Frequenz ω_a wird dem Schwinger aufgezwungen. Phasenverschiebung Φ zwischen Kraft und Schwingung möglich. Einsetzen in DGL:

$$-\omega_a^2 s_0 \sin(\omega_a t - \Phi) + 2\delta\omega_a s_0 \cos(\omega_a t - \Phi) + -\omega_0^2 s_0 \sin(\omega_a t - \Phi) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega_a t)$$

$$s_0(\omega_0^2 - \omega_a^2)\sin(\omega_a t - \Phi) + 2\delta\omega_a s_0 \cos(\omega_a t - \Phi) = \frac{F_0}{m}\sin(\omega_a t)$$

Erzwungene Schwingung: Lösung DGL

$$s_0(\omega_0^2-\omega_a^2)\sin(\omega_a t-\Phi)+2\delta\omega_a s_0\cos(\omega_a t-\Phi)=\frac{F_0}{m}\sin(\omega_a t)$$

Umformen mit Additionstheoremen für sin und cos (ohne Beweis)

Es gilt: $\sin(\omega_a t-\Phi)=\sin(\omega_a t)\cos(\Phi)-\cos(\omega_a t)\sin(\Phi)$

$$\cos(\omega_a t-\Phi)=\cos(\omega_a t)\cos(\Phi)+\sin(\omega_a t)\sin(\Phi)$$

$$\sin(\omega_a t)\left[(\omega_0^2-\omega_a^2)s_0\cos(\Phi)+2\delta\omega_a s_0\sin\Phi-\frac{F_0}{m}\right]$$

$$+\cos(\omega_a t)\left[-(\omega_0^2-\omega_a^2)s_0\sin(\Phi)+2\delta\omega_a s_0\cos\Phi\right]=0$$

Erzwungene Schwingung: Lösung DGL

$$\sin(\omega_a t)\left[(\omega_0^2-\omega_a^2)s_0\cos(\Phi)+2\delta\omega_a s_0\sin\Phi-\frac{F_0}{m}\right]$$

$$+\cos(\omega_a t)\left[-(\omega_0^2-\omega_a^2)s_0\sin(\Phi)+2\delta\omega_a s_0\cos\Phi\right]=0$$

sin und cos linear unabhängig => Da Lösung für

alle t gelten muss, müssen Klammern einzeln zu Null werden:

$$-(\omega_0^2-\omega_a^2)s_0\sin(\Phi)+2\delta\omega_a s_0\cos\Phi=0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sin\Phi}{\cos\Phi}=\frac{2\delta\omega_a s_0}{-(\omega_a^2-\omega_0^2)s_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tan\Phi=\frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2-\omega_a^2}}$$

Diese Beziehung bestimmt eindeutig die Phasenverschiebung zwischen Kraft und Auslenkung!

Erzwungene Schwingung: Lösung DGL

Gesucht ist jetzt die Amplitude s_0. Aus der sin-Klammer folgt:

$$(\omega_0^2 - \omega_a^2)s_0 \cos(\Phi) + 2\delta\omega_a s_0 \sin\Phi - \frac{F_0}{m} = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{s_0 m}{F_0} = \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega_a^2)\cos(\Phi) + 2\delta\omega_a \sin\Phi}$$

Zur Auswertung wieder Identität für Winkelfunktionen

$$\sin\Phi = \frac{\tan\Phi}{\sqrt{1+\tan^2\Phi}}\ , \ \cos\Phi = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\Phi}} \quad \text{mit} \ \tan\Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}$$

ergibt sich $\sin\Phi = \dfrac{2\delta\omega_a}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2 + 4\delta^2\omega_a^2}}$ und $\cos\Phi = \dfrac{\omega_0^2-\omega_a^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2 + 4\delta^2\omega_a^2}}$

Erzwungene Schwingung: Lösung DGL

$$\sin\Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2+4\delta^2\omega_a^2}} \quad \text{und} \quad \cos\Phi = \frac{\omega_0^2-\omega_a^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2+4\delta^2\omega_a^2}}$$

in $\dfrac{s_0 m}{F_0} = \dfrac{1}{(\omega_0^2-\omega_a^2)\cos(\Phi)+2\delta\omega_a\sin\Phi}$ einsetzen

$$\Rightarrow \frac{s_0 m}{F_0} = \frac{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2+4\delta^2\omega_a^2}}{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2+4\delta^2\omega_a^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{s_0 m}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_a^2)^2+4\delta^2\omega_a^2}}}$$

Beziehung zwischen Amplitude der treibenden Kraft und der Amplitude der Schwingung

Erzwungene Schwingung: Diskussion Lösung

$$\boxed{\tan\Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}}$$ beschreibt Phasenbeziehung

1. Für endliche Dämpfung und $\omega_a << \omega_0$ ergibt sich

$\tan\Phi \to +0$ (gegen 0 aber >0)

also $\Phi \to 0$

Bei kleiner anregender Frequenz folgt die Auslenkung ohne Phasenverschiebung der Kraft.

2. Für endliche Dämpfung und $\omega_a >> \omega_0$ ergibt sich

$\tan\Phi \to -0$ (gegen 0 aber <0)

also $\Phi \to 180°$

Bei großer anregender Frequenz haben Auslenkung und Kraft eine Phasenverschiebung von 180°.

Erzwungene Schwingung: Diskussion Lösung

$$\boxed{\tan\Phi = \frac{2\delta\omega_a}{\omega_0^2 - \omega_a^2}}$$ beschreibt Phasenbeziehung

3. In Resonanz, d h. $\omega_a = \omega_0$ und endlicher Dämpfung, ergibt sich

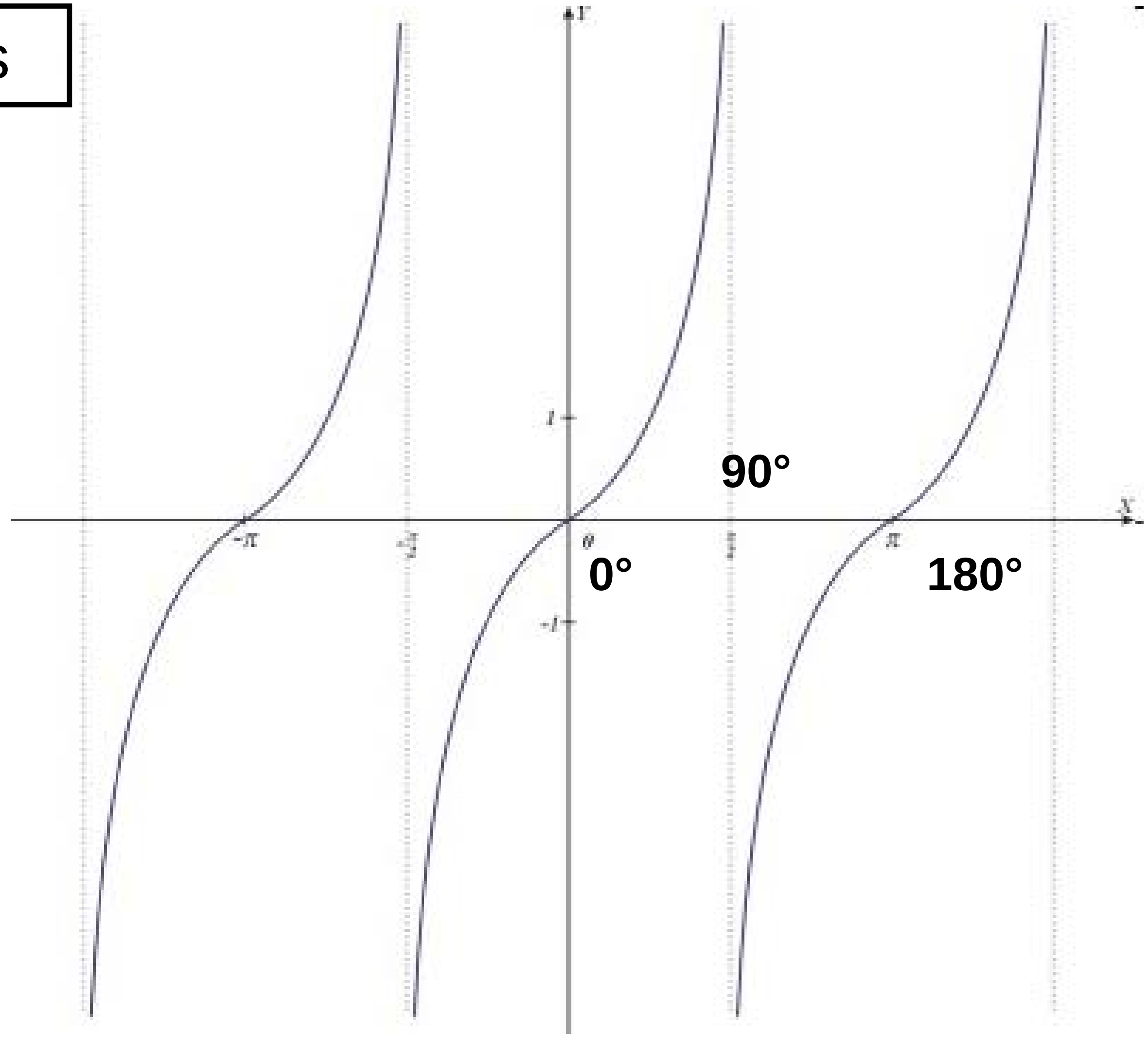
$\tan\Phi \to \pm\infty$

also $\Phi \to 90°$

In Resonanz ist die Phasenverschiebung gerade 90°.

Erzwungene Schwingung: Diskussion Lösung

Tangens



Erzwungene Schwingung: Diskussion Lösung

$$\boxed{\frac{s_0 m}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_a^2)^2 + 4\delta^2\omega_a^2}}}$$ beschreibt die Amplitude der Schwingung

1. Für $\omega_\mathrm{a} \to \omega_0$ und $\delta \to 0$ ergibt sich

   $s_0 \to \infty$ "Resonanzkatastrophe"

2. Für $\omega_\mathrm{a} >> \omega_0$ (und endliches δ) ergibt sich

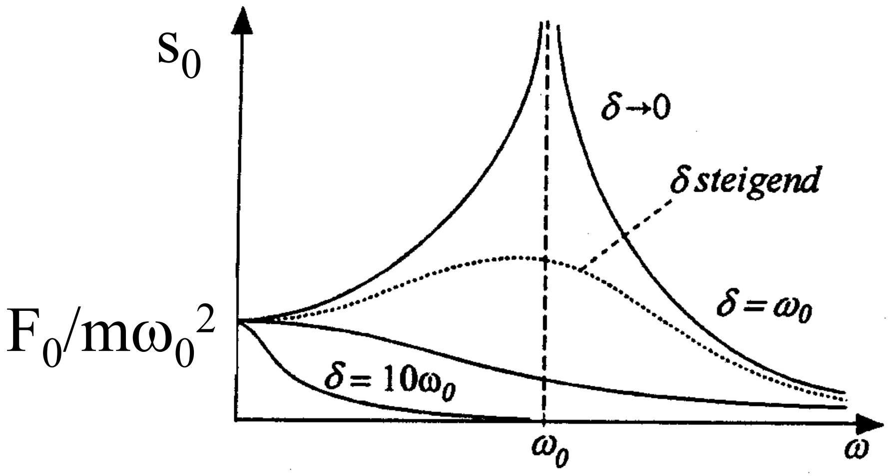
   $s_0 \to 0$ (keine Schwingung, System kann nicht folgen)

3. Für $\omega_\mathrm{a} << \omega_0$

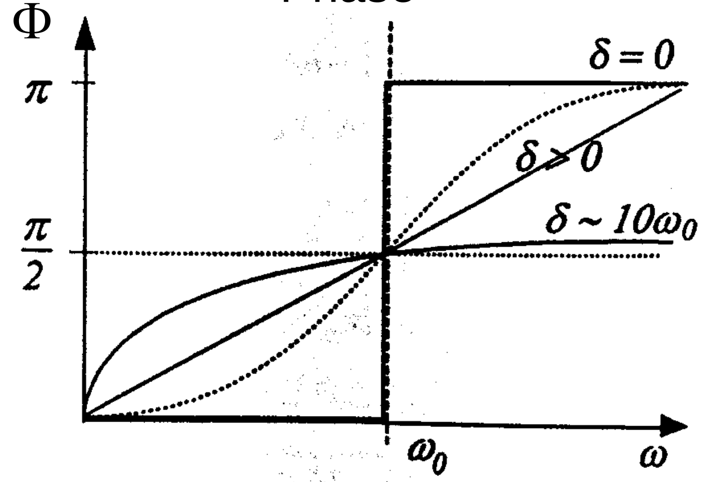
   $s_0 \to \dfrac{F_0}{\mathrm{m}\omega_0^2} = \dfrac{F_0}{D}$ "Anregungsamplitude"

Erzwungene Schwingung: Diskussion Lösung

Amplitude



Phase



Film: Resonanzkatastrophe Takoma-Brücke
Experimente: Zungenfrequenzmesser;
Pohlscher Resonator quantitativ

in Resonanz

bei starker Dämpfung
bei hoher und niedriger Frequenz

Was sollten Sie aus Vorlesung 5/6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Schwingungen**
  - periodische Bewegung um eine stabile Gleichgewichtslage
  - wenn Rückstellkraft ~ Auslenkung erhält man eine harmonische Schwingung
- **Schwingfähige Systeme**
  - Federpendel
  - Schwerependel
  - Torsionspendel
  - elektrischer Schwingkreis

Was sollten Sie aus Vorlesung 5/6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **harmonische Schwingungsgleichung**
  - allgemeine Form $$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0}$$

Federpendel $\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}}$

Schwerependel $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$

Torsionspendel $\omega = \sqrt{\dfrac{D^*}{\Theta}}$

Was sollten Sie aus Vorlesung 5/6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **f, T, ω**
  - T = Periodendauer (Zeit für eine Schwingung), [T] = s
  - f = Frequenz, Schwingungen pro Sekunde, [f] = s^{-1} = Hz
  - ω = Kreisfrequenz
  - $\omega = 2\pi f$, $f = 1/T$
- **Energiebilanz harmonische Schwingungen**
  - die Gesamtenergie bleibt konstant
  - kinetische Energie wird in potenzielle Energie und umgekehrt umgewandelt
  - E_{kin} und E_{pot} oszillieren mit 2f

Was sollten Sie aus Vorlesung 6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Gedämpfte Schwingung**
  - In der Realität sind alle Schwingungen gedämpft

  allgemeine Form der Schwingungsgleichung

  $$\ddot{s} + \delta \dot{s} + \omega_0^2 = 0$$

  allgemeine Lösung

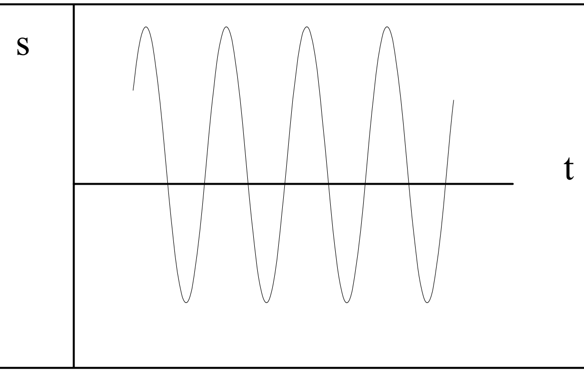
  $$s(t) = s_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

  - je nach Verhältnis von d und ω_0 sind verschiedene Fälle zu unterscheiden

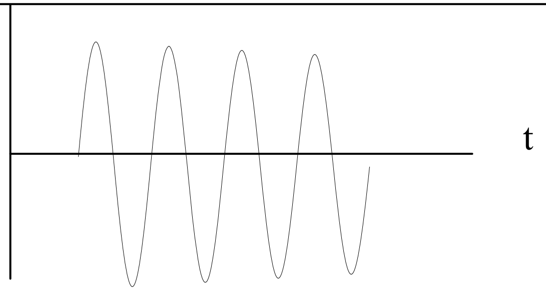
Was sollten Sie aus Vorlesung 6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Gedämpfte Schwingung: mögliche Fälle**

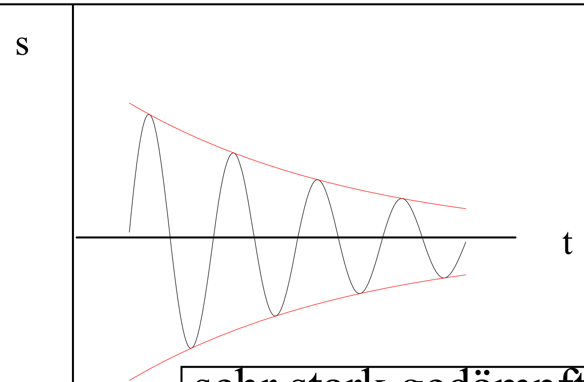
ungedämpft: $\delta = 0 \;,\; \omega = \omega_0$



schwach gedämpft: $\delta << \omega_0 \;,\; \omega \approx \omega_0$

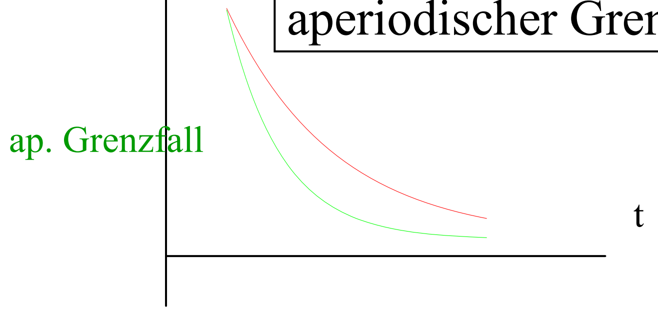


stärker gedämpft: $\delta << 0{,}1..0.99\omega_0 \;,\; \omega < \omega_0$



sehr stark gedämpft: $\delta > \omega_0$

aperiodischer Grenzfall: $\delta^2 = \omega_0^2$



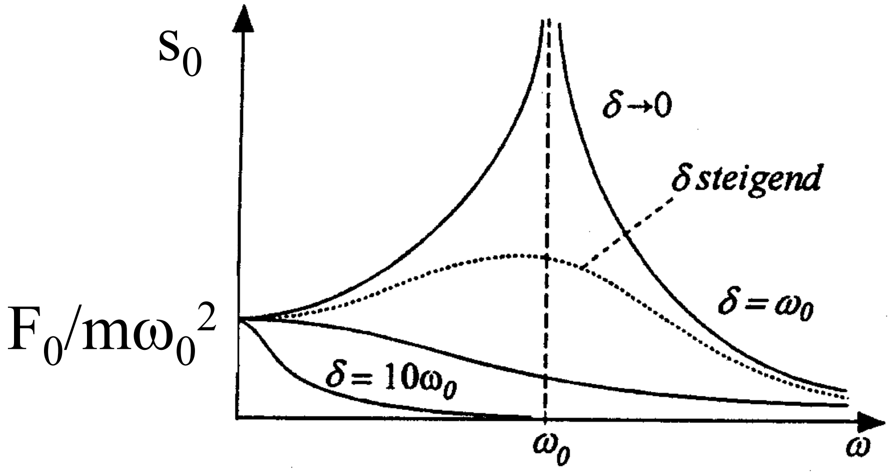
Was sollten Sie aus Vorlesung 6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **erzwungene harmonische Schwingung**
  - schwingfähiges System wird von außen mit einer periodischen Kraft mit ω_a angeregt
  - Amplitude der Schwingung hängt von der Dämpfung δ, von der Eigenfrequenz ω_0 des Systems und der Anregungsamplitude ab
  - im Resonanzfall ($\omega_a \sim \omega_0$) kann sehr effektiv Energie eingekoppelt werden, d. h. es werden sehr große Schwingungsamplituden bei kleiner Anregungsamplitude erreicht (schwache Dämpfung: Resonanzkatastrophe)
  - die Phasenverschiebung Φ zwischen Anregung und Schwingung hängt von ω_0/ω_a ab
  - im Resonanzfall ist $\Phi = 90°$

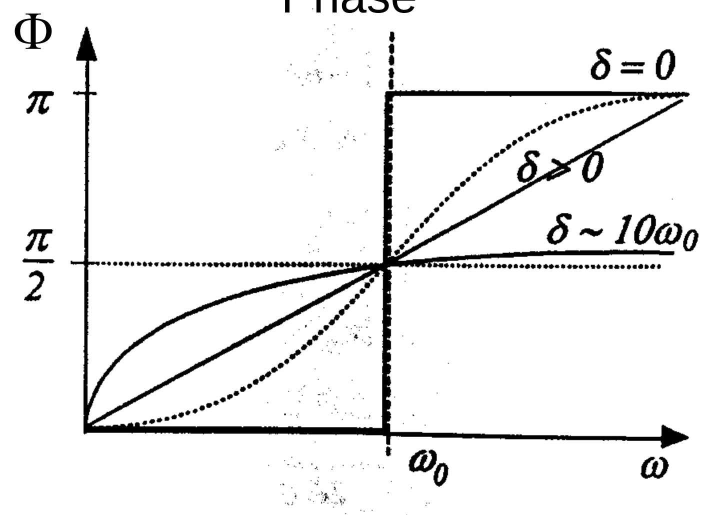
Was sollten Sie aus Vorlesung 6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **erzwungene harmonische Schwingung**

Amplitude



Phase



- in diesem Graphen stecken viele Informationen; diese sollten Ihnen klar sein