

1. Übungsblatt zum Vorkurs Mathematik

Tutoriumsaufgaben für 8.9. und 10.9.2010

Aufgabe T1:

Sechs Studierende unterhalten sich in der Vorlesungspause. Leider reden alle durcheinander, so dass ich mir nur folgende Schnipsel merken konnte:

Anna und die Person aus Dortmund studieren Maschinenbau.

Eva und die Person aus Köln studieren Biologie.

Die Person aus Essen und Corinna studieren Elektrotechnik.

Boris und Fatih wohnen im Studentenwohnheim, die Person aus Köln dagegen nicht.

Die Person aus Hattingen ist älter als Anna.

Die Person aus Unna ist älter als Corinna.

Boris und die Person aus Dortmund wollen nächste Woche gemeinsam zum BVB-Spiel gehen.

Corinna und die Person aus Hattingen haben sich im Bermuda-Dreieck verabredet.

Finden Sie heraus, wer welches Fach studiert und aus welcher Stadt die sechs Studierenden kommen. Woher stammt Dennis und wer von den sechsen kommt aus Bochum? Präsentieren Sie Ihren Lösungsweg (nicht nur das Ergebnis!) so, dass Sie ihn jemand anderem erklären können.

Aufgabe T2: Subtraktion durch Addition

Ein kleines Problem bei der schriftlichen Subtraktion ist manchmal der „Übertrag“ bzw. das „Borgen“ von Zahlen. Eine Alternative bietet die Methode der ergänzenden Addition, die hier an einem Beispiel erläutert werden soll.

Um $623-487$ zu berechnen, berechnet man in einem ersten Schritt $999-487=512$. Das geht einfach, weil man dabei keinen Übertrag braucht. Zu der größeren Zahl addiert man nun noch eins, also $623+1=624$. Man bildet die Summe $512+624=1136$ und lässt die vordere Eins weg. Damit erhält man als Ergebnis $623-487=136$.

- Testen Sie das Verfahren an einem selbstgewählten Beispiel.
- Erklären Sie, warum das Verfahren funktioniert.
- Wie muss man das Verfahren abändern, um die Differenz von zwei fünfstelligen Zahlen zu berechnen?
- Wie muss man das Verfahren abändern, wenn man $a - b$ mit $b > a$ berechnen will?
- (e)* Versuchen Sie mit Ihrem Nachbarn, eine Differenz wie in (c) schnell im Kopf zu berechnen.

Aufgabe T3:

An der Ruhr-Universität findet die jährliche Tagung der Flunkerologen statt. Von den 666 Teilnehmern sprechen immerhin 321 deutsch, 191 sprechen französisch und 461 englisch. Die Sprachen Englisch und Deutsch sprechen 206, sowohl Deutsch als auch Französisch sprechen 96 Teilnehmer. Nur eine der drei Sprachen beherrschen 370 Konferenzteilnehmer, davon können 215 ausschließlich Englisch. Wieviele Teilnehmer sprechen keine der drei Sprachen und wieviele beherrschen alle drei?

Aufgabe T4:

Gegeben seien drei beliebige Mengen A , B und C .

Machen Sie sich die Gültigkeit der beiden *De Morganschen Regeln*

$$C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B) \quad \text{und} \\ C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B).$$

graphisch klar und beweisen Sie *eine* der beiden Regeln, indem Sie zeigen, dass ein Element der linken Menge auch in der rechten Menge liegt und umgekehrt.

Aufgabe T5:

Zeigen Sie mit Vollständiger Induktion, dass für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen gilt:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n + 1)}{2}.$$

Freiwillig: Können Sie sich das Ergebnis graphisch veranschaulichen?

Aufgabe T6:

- (i) Autokennzeichen in Bochum sind von der Form

BO-XX 9999

das heißt, BO gefolgt von einem oder zwei Buchstaben und einer höchstens vierstelligen Zahl.

Wieviele verschiedene Kennzeichen gibt es in Bochum maximal?

- (ii) Anna, Bert und Carlo haben zum Einzug in Ihre WG zwölf verschiedene Stühle geschenkt bekommen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, diese so aufzuteilen, dass jede Person genau vier Stühle erhält?
- (iii) Eine Pfadfindergruppe aus 12 Mädchen und 9 Jungen ist im Sommerlager. Als die Vorräte zur Neige gehen, soll eine Dreiergruppe zum Einkaufen geschickt werden. Wie viele Möglichkeiten zur Bestimmung dieser Gruppe gibt es, wenn die Gruppe weder ausschließlich aus Mädchen noch ausschließlich aus Jungen bestehen soll?

Aufgabe T7: Skatabend bei Herrn Rupp

Skat wird mit 32 Spielkarten gespielt, von denen 4 Buben sind. Zu Beginn bekommt jeder der drei Spieler zehn Karten ausgeteilt. Zwei Karten bleiben im „Skat“.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im Skat mindestens ein As liegt?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Rupp mindestens 2 Buben ausgeteilt bekommt?
- (c) Wenn Herr Rupp genau zwei Buben hat, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden anderen Buben verteilt sind, d.h. jeder der beiden anderen Spieler genau einen Buben hat?

Aufgabe T8:

Berechnen Sie die Summen

$$\sum_{k=0}^6 k^3, \quad \sum_{j=2}^{16} 3 \quad \text{und} \quad \sum_{m=0}^5 (-1)^m (3m + 1)$$

Aufgabe T9:

Welche reellen Zahlen x erfüllen die Ungleichung

$$3|x - 2| \leq |x + 1| + 2 \quad ?$$

Aufgabe T10:

Bestimmen Sie jeweils den Real- und Imaginärteil, den Betrag und die komplex konjugierte Zahl zu

(a) $3i - (2 + 2i) + (4 - 3i)$ (b) $(1 - i)^3$ (c) $\frac{2 - i}{3 + 2i}$ (d) $(2 - i) + (2 + i)(4 - i)$ (e) i^{2009}

Aufgabe T11:

Skizzieren Sie die folgenden Punktfolgen in der komplexen Zahlenebene:

(i) $\{z \in \mathbb{C}; |z + i| = 2\}$, (ii) $\{z \in \mathbb{C}; |\operatorname{Re} z| \leq 2 |\operatorname{Im} z|\}$
(iii) $\{z \in \mathbb{C}; \left| \frac{z + 1}{z - 1} \right| \leq 1\}$, (iv) $\{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re}(z^2) > 0\}$

Schriftliche Aufgaben, Abgabe am Mittwoch, 15.09.2009 in den Übungsgruppen

Sie dürfen die Aufgaben zu dritt bearbeiten und eine gemeinsame Lösung abgeben. Schreiben Sie bitte Ihre(n) Namen und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Blatt. Die korrigierten Lösungen werden in den Übungsgruppen zurückgegeben. Lösungen zu den schriftlichen Aufgaben werden auch im E-Learning System Blackboard als PDF-Datei zu finden sein.

Aufgabe S1:

Sei M eine „große“ Menge mit zwei „kleineren“ Teilmengen A und B .

Das **Komplement** A^C von A ist definiert als $A^C = M \setminus A$.

Machen Sie sich die folgenden vier „Rechenregeln für Komplemente“ durch Skizzen klar und beweisen Sie zwei davon.

- (i) $(A^C)^C = A$ (ii) $A \setminus B = A \cap B^C$
(iii) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ (iv) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

Aufgabe S2:

Vereinfachen Sie die Ausdrücke

(a) $\frac{1}{a^2 + b^2} \left(\frac{b}{a-b} + \frac{a}{a+b} \right)$ (b) $\left(\frac{c}{d} - \frac{d}{c} \right) \frac{1}{c-d}$ (c) $\frac{x^2 - y^2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

Aufgabe S3:

Zeigen Sie mit Vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$2 + 7 + 12 + 17 + \dots + (5n - 3) = \frac{n(5n - 1)}{2}$$

Schreiben Sie außerdem die Summe auf der linken Seite mit Hilfe eines Summenzeichens.

Aufgabe S4: Binomialkoeffizienten

- (i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Lotto „6 aus 49“ am nächsten Samstag alle gezogenen Zahlen größer als 12 sind?
(Damit gehen alle Tipper leer aus, die ein Datum zur Wahl ihrer Zahlen benutzt haben...)
- (ii) Was ist beim Lotto „6 aus 49“ wahrscheinlicher: dass 4 gerade und zwei ungerade oder dass genau 4 ungerade und zwei gerade Zahlen gezogen werden ?

Aufgabe S5: Rechnen mit Beträgen

- (a) Für welche reellen Zahlen x ist die Ungleichung

$$|x + 3| + |x + 4| \leq 9$$

erfüllt?

- (b) Skizzieren Sie die Schaubilder der Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = |x - 1| - |x + 3| \quad \text{und} \quad g(x) = \left| |x^2 - 1| - 3 \right|.$$

Aufgabe S6:

Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil, den Betrag und die komplex konjugierte Zahl zu

(a) $(2 + 5i) + (1 - 3i)(2 - 2i)$, (b) $\sum_{k=2009}^{2011} i^k$, (c) $\frac{1 + \frac{1}{i}}{1 - \frac{1}{2i}}$ und (d) $(1 - 2i)^4$.

Hinweis zu (d): Binomischer Satz

Aufgabe S7:

Skizzieren Sie die folgenden Punktfolgen in der komplexen Zahlenebene:

(i) $\{z \in \mathbb{C}; |\operatorname{Re} z| \leq \operatorname{Im} z\}$,

(ii) $\{z \in \mathbb{C}; \left| \frac{z - 2i}{z + i} \right| \leq 1\}$ (geometrisch interpretieren!),

(iii) $\{z \in \mathbb{C}; |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| \leq 6\}$

Allgemeine Informationen

Übungsgruppen:

Die Übungen zum Vorkurs finden vom 08.09.-30.09. jeweils mittwochs und freitags in kleinen Gruppen zu folgenden Zeiten statt:

	Zeit	Raum	Tutor/Tutorin
Gruppe 1	9-11 Uhr	NA 01/99	J. Bötiefür
Gruppe 2	9-11 Uhr	NA 2/99	J. Hollad
Gruppe 3	9-11 Uhr	NA 3/99	K. Schüler
Gruppe 4	9-11 Uhr	NA 5/99	S. Saba
Gruppe 5	9-11 Uhr	NA 6/99	L. Rosenkranz
Gruppe 6	14-16 Uhr	NA 01/99	T. Dagdeviren
Gruppe 7	14-16 Uhr	NA 2/99	B. Ritz
Gruppe 8	14-16 Uhr	NA 3/99	K. Schüler
Gruppe 9	14-16 Uhr	NA 5/99	N. Tichelofen
Gruppe 10	14-16 Uhr	NA 6/99	A. Drief

Dabei sind die Zeiten jeweils „c.t.“ angegeben, d.h. die Übungen beginnen um 9.15 Uhr bzw. um 14.15 Uhr. Die Anmeldung zu den Übungsgruppen findet am Dienstag, 07.09. nach der Vorlesung über Listen statt.

Abschlusstest:

Eine (völlig freiwillige) Abschlussklausur findet am Freitag, 01.10.2010 von 10-12 Uhr im Hörsaal HIA statt.

Manche Studierende können sich diese Klausur bei Bestehen im Optional- oder Wahlbereich mit 5 Creditpoints anrechnen lassen.

Nicht anrechenbar ist diese Klausur für Studierende der Mathematik, Physik, Ingenieurwissenschaften, Geowissenschaften, Chemie/Biochemie sowie im B.Sc. Biologie.

Anrechenbar ist sie in der Geographie, im Zwei-Fach-B.A. Biologie und in der Regel im Optionalbereich der geistes- und gesellschaftswissenschaftlichen Fächer.

WWW-Seite zum Vorkurs:

<https://e-learning.rub.de>

führt auf die Seite der E-Learning-Plattform *Blackboard*. Dort können Sie sich entweder als Gast anmelden oder persönlich einloggen, wenn Sie bereits eine Login-ID der Ruhr-Universität besitzen.

Den Seite zum Mathe-Vorkurs finden Sie am einfachsten durch Suche nach dem Begriff „*Vorkurs*“.

Wenn Sie sich über Ihren eigenen Account anmelden, können Sie den Kurs dann unter „*Meine Kurse*“ speichern und beim nächsten Mal schneller aufrufen.